УДК 517.51

О. В. Маслюченко

ДІАДИЧНО БЕРОВІ ПРОСТОРИ І НЕПЕРЕРВНІСТЬ СЛАБКО КВАЗІНЕПЕРЕРВНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ

O. V. Maslyuchenko. *Diadic Baire space and continuity of weakly quasi-continuous maps*, Mat. Stud. **36** (2011), 107–112.

We introduce some diadic analogue of the Choquet game and a class of diadic Baire spaces which is a subclass of Baire spaces and is wider then the class Choquet spaces. We prove that for any diadic Baire space X, a Banach space Y, a countable Asplund* norming set $E \subseteq Y^*$ and for every map $\varphi\colon X \to Y$, such that $z\varphi$ is quasi-continuous for any $z \in E$, the discontinuity point set $C(\varphi)$ is residual.

А. В. Маслюченко. *Диадически бэровские пространства и непрерывность квазинепрерывных отображений* // Мат. Студії. – 2011. – Т.36, №1. – С.107–112.

С помощью диадического аналога игры Шоке вводится класс диадически бэровских пространств, более узкий чем класс бэровских пространств и более широкий чем класс пространств Шоке. Доказывается, что для каждого диадически бэровского пространства X банахового пространства Y, счетно асплундового* нормирующего множества $E \subseteq Y^*$ и отображения $\varphi\colon X \to Y$, для которого все композиции $z\varphi$, $z \in E$, квазинепрерывны, множество точек непрерывности $C(\varphi)$ остаточное.

1. Вступ. Вивчення питання про те, наскільки розривними можуть бути нарізно неперервні функції, бере свій початок ще з класичної праці Р. Бера [1] кінця XIX століття. В подальшому, завдяки зусиллям таких математиків, як Е. ван Влек, Г. Ган, Дж. Кальбрі і Ж.-П. Труаллік та ін. отримано цілий спектр результатів про сукупну неперервність нарізно неперервних функцій. Проте всі вони стосувалися функцій, що визначені на добутку таких просторів, на один із яких накладається умова типу аксіом зліченності чи, навіть, метризовності. Після появи фундаментальної роботи І. Наміоки [2] розпочалися дослідження точок неперервності нарізно неперервних функцій на добутку просторів, які не обов'язково мають властивості типу аксіом зліченності.

Ч. Стіґал [3] запропонував одне цікаве узагальнення теореми Наміоки. А саме, він довів, що для довільного відображення $\varphi\colon X \to Y$ зі зліченно повного за Чехом простору X у банаховий простір Y такого, що композиція $z\varphi$ неперервна для довільної крайньої точки z одиничної кулі у спряженому просторі Y^*, множина його точок неперервності $C(\varphi)$ скрізь щільна. В даній роботі ми, модифікуючи підхід Ч. Стіґала, одержуємо подібний результат для функцій φ, що визначені на діадично берових просторах за умови, що композиції $z\varphi$ тільки квазінеперервні для всіх z з деякої нормуючої зліченно асплундової* множини $E \subseteq Y^*$. Звідси, як наслідок, ми одержуємо дві нові теореми про

2010 *Mathematics Subject Classification:* 54C30, 54C10.

сукупну неперервність функцій, що неперервні відносно першої змінної і квазінеперервні відносно другої, які узагальнюють результати з [4]. При цьому ми використовуємо введений нами певний діадичний аналог гри Шоке.

2. Діадична гра Шоке. Нагадаємо, що у *грі Шоке* [5] два гравці α та β по черзі (починає β) ходять відкритими непорожніми підмножинами U_n і V_n деякого топологічного простору X так, що $V_{n+1} \subseteq U_n \subseteq V_n$ для довільного $n \in \mathbb{N}$. У партії $(U_n, V_n)_{n=1}^{\infty}$ виграє α, якщо $\bigcap_{n=1}^{\infty} U_n \neq \varnothing$. Інакше виграє β. Простір X називається *α-сприятливим /β-несприятливим/*, якщо гравець α має /β не має/ виграшну стратегію у грі Шоке. α-сприятливі простори інакше називаються просторами Шоке. Крім того, як добре відомо [3], β-несприятливість рівносильна беровості.

Зараз ми введемо певний аналог гри Шоке в якому замість спадної послідовності відкритих множин розгортатиметься спадна діадична схема відкритих множин. Але спочатку введемо деякі позначення:

$$\mathbb{D} = \{0,1\},\ D = \bigcup_{n=0}^{\infty} \mathbb{D}^n,\ D_n = \bigcup_{k=0}^{n} \mathbb{D}^k,\ \Delta = \mathbb{D}^{\mathbb{N}},\ \delta|n = (d_1, d_n, \dots, d_{n-1}), d, i = (d_1, \dots, d_n, i)$$

для довільних $n \in \mathbb{N}$, $d = (d_1, \dots, d_n) \in D$, $\delta = (d_1, d_2, \dots) \in \Delta$ та $i \in \mathbb{D}$ (множина $\mathbb{D}^0$ складається з порожнього набору $\varnothing$ і $\delta|1 = \varnothing$).

Нехай X — топологічний простір. Відкрита множина $U \subseteq X$ називається *атомом*, якщо не існує таких відкритих непорожніх множин V та W, що $V \sqcup W \subseteq U$. Простір X називається *безатомним*, якщо кожна відкрита в X непорожня множина U не є атомом. Зрозуміло, що кожний гаусдорфовий простір без ізольованих точок є безатомним. Нехай $\mathcal{U}_X$ — система всіх атомів простору X. Покладемо $G_X = \bigcup \mathcal{U}_X$ і $H = X \setminus \overline{G}_X$. Множину H_X називатимемо *безатомним ядром* простору X. Ясно, що H_X є безатомним підпростором. Більше того, простір X буде безатомним тоді і тільки тоді, коли $H_X = X$.

У *діадичній грі Шоке* (або, коротше, *δ-грі*) гравці α та β по черзі ходять (починає β) наборами $(U_d)_{d\in\mathbb{D}^n}$ та $(V_d)_{d\in\mathbb{D}^n}$ відкритих підмножин X, $n = 0, 1, \dots$, так, що $V_\varnothing \neq \varnothing$ і $V_{d,0} \sqcup V_{d,1} \subseteq U_d \subseteq V_d$, $\quad d \in D$, причому множини $V_{d,0}$ та $V_{d,1}$ непорожні, якщо U_d не є атомом. Гравець α виграє, якщо множина $\Delta' = \{d \in \Delta\colon \bigcap_{n=1}^{\infty} U_{\delta|n} \neq \varnothing\}$ незліченна або $U_d = \varnothing$ для деякого $d \in D$. Простір X називається *δ-α-сприятливим* (або *діадичним простором Шоке*), якщо гравець α має виграшну стратегію у δ-грі. Якщо ж β не має виграшної стратегії у *δ-грі*, то казатимемо, що X є *δ-β-несприятливим* (або *діадично берів*).

Твердження 1. *Кожний простір Шоке є діадичним простором Шоке, а отже, і діадично беровим.*

Доведення. Нехай X є простором Шоке і σ — виграшна стратегія для α у грі Шоке. Довизначимо σ покладаючи $\sigma\big((V_k)_{k=1}^n\big) = \varnothing$, якщо $V_n = \varnothing$. Визначимо тепер стратегію у δ-грі формулою $\tau\big((V_d)_{d\in D_n}\big) = \Big(\sigma\big((V_{d|k})_{k=1}^{n+1}\big)\Big)_{d\in\mathbb{D}^n}$. Тоді для довільної партії $(U_d, V_d)_{d\in D}$ у δ-грі, в якій α грає згідно з τ, матимемо що якщо всі $U_d \neq \varnothing$ при $d \in D$, то $\bigcap_{n=1}^{\infty} U_{\delta_n} \neq \varnothing$ для довільного $\delta \in D$. Тобто $\Delta' = \Delta$. І тому α виграє. Отже, τ — виграшна для α. $\square$

Твердження 2. *Нехай X діадично берів простір. Тоді його безатомне ядро H_X є беровим простором. Зокрема, кожний гаусдорфовий діадично берів простір є простором Бера.*

Доведення. Припустимо, що H_X — не берівський. Вважатимемо, що $H_X \neq \varnothing$. Тоді існує відкрита множина $V_\varnothing \subseteq G$, яка є множиною першої категорії. Візьмемо таку послідовність замкнених в X ніде не щільних множин F_n, для якої $V_\varnothing \subseteq \bigcup_{n=1}^\infty F_n$. Визначимо тепер стратегію σ для гравця β у δ-грі. Покладемо $\sigma(\varnothing) = V_\varnothing$. Нехай $(U_d)_{d\in D_n}$ уже зроблені ходи α. Зафіксуємо деяке $d \in \mathbb{D}^n$. Оскільки $U_d \subseteq V_\varnothing \subseteq H_X$, то U_d не є атомом. Отже, існують такі відкриті непорожні множини U_d^0 і U_d^1, такі, що $U_d^0 \sqcup U_d^1 \subseteq U_d$. Покладемо $V_{d,i} = U_d^i \setminus F_n$. Тоді формулою $\sigma\big((U_d)_{d\in D_n}\big) = (V_d)_{d\in\mathbb{D}^{n+1}}$ визначається деяка стратегія для гравця β. Якщо в партії $(U_d, V_d)_{d\in D}$ гравець α грає згідно з стратегією σ, то для довільного $\delta \in \Delta$ матимемо, що $\bigcap_{n=1}^\infty U_{\delta|n} \subseteq \bigcap_{n=1^\infty}(V_\varnothing \setminus F_n) = \varnothing$. Тоді $\Delta' = \varnothing$, причому $U_d \neq \varnothing$ для довільного $d \in D$. Отже, β виграє. Тому, гравець β має виграшну стратегію σ, що не можливо.

Нехай тепер X — гаусдорфовий простір. Тоді, якщо U — атом, то $|U| \leq 1$. Отже, G_X — дискретний, а тому, берів підпростір X. Тому і простір $X = \overline{G}_X \sqcup H_X$ є простором Бера. □

Нагадаємо, що відображення $f\colon X \to Y$ між топологічними просторами X та Y називається *квазінеперервним*, якщо для довільної точки $x \in X$, її околу U і околу V точки $f(x_0)$ існує відкрита непорожня множина $U_1 \subseteq U$, така, що $f(U_1) \subseteq V$.

Твердження 3. *Нехай X — топологічний простір, Y — гаусдорфовий топологічний простір, $f\colon X \to Y$ — квазінеперервне відображення. Тоді для довільного атома U в X функція f стала на U. Зокрема, функція f є локально сталою на G_X.*

Доведення. Візьмемо деякий атом $U \subseteq X$ і покажемо, що f стала на U. Нехай це не так, і існують точки $x_1, x_2 \in U$, такі, що $f(x_1) \neq f(x_2)$. За рахунок того, що Y гаусдорфів, вибиремо неперетинні околи V_1 і V_2 точок $f(x_1)$ і $f(x_2)$, відповідно. Далі, оскільки f квазінеперервна, то існують відкриті непорожні множини $U_1, U_2 \subseteq U$, такі, що $f(U_1) \subseteq V_1$ і $f(U_2) \subseteq V_2$. Тоді $U_1 \sqcup U_2 \subseteq U$, що неможливо, адже U — атом. □

3. Зліченно асплундові* множини і m-компактні простори. Нехай X — банахів простір. Множина $E \subseteq X^*$ називається нормуючою, якщо супремум-норма

$$\|x\|_E = \sup_{y\in E} |y(x)|, \ x \in X,$$

еквівалентна до вихідної. Казатимемо, що E є *зліченно асплундовою**, якщо для довільної зліченної множини $E' \subseteq E$ переднормований простір $(X, \|\cdot\|_{E'})$ є сепарабельним.

Для топологічного простору T через $C_b(T)$ позначатимемо банахів простір обмежених неперервних функцій з супремум-нормою, а через $C_b^*(T)$ спряжений до нього простір. Для точки $t \in T$ через $\delta_t \in C_b^*(T)$ позначимо функціонал, що діє за формулою $\delta_t(x) = x(s)$, $x \in C_b(T)$. Для множини $E \subseteq T$ покладемо $\Delta_E = \{\delta_t\colon t \in E\}$. Підмножина $E \subseteq T$ називається *відносно m-компактною*, якщо для довільної зліченної підмножини $S \subseteq E$ замикання $\overline{S}$ в T є метризовним компактом. Простір T називається *m-компактним*, якщо він є відносно m-компактним в собі. Казатимемо, що простір T є *$\overline{m}$-компактним*, якщо він має щільну відносно m-компактну підмножину.

Твердження 4. *Нехай T — топологічний простір і E — відносно m-компактна підмножина T. Тоді множина $\Delta_E \subseteq C_b^*(T)$ є зліченно асплундовою*.*

Доведення. Нехай S — деяка зліченна підмножина T. Припустимо, що $(C_b(T), \|\cdot\|_{\Delta_S})$ несепарабельний. Тоді існує незліченна сім'я $(x_i)_{i\in I}$ в $C_b(T)$, така, що $\|x_i - x_j\|_{\Delta_S} \geq 1$ при $i \neq j$. Нехай $K = \overline{S}$. Тоді K є метризовним компактом. Покладемо $y_i = x_{i|_K}$. Тоді $y_i \in C(K)$. Але, очевидним чином, $\|x\|_{\Delta_S} = \sup_{s\in S} |x(s)| = \|x_{|_K}\|_{C(K)}$. Тому, при $j \neq i$ матимемо, що $1 \leq \|x_i - x_j\|_{\Delta_S} = \|y_i - y_j\|_{C(K)}$. Отже, $C(K)$ несепарабельний, що неможливо. □

4. Неперервність слабко квазінеперервних відображень. Приступимо до викладу основного результату цієї роботи. Для відображення $\varphi\colon X \to Y$ між топологічним простором X і банаховим простором Y і множини $E \subseteq Y^*$ через $C^E(\varphi)$ позначимо множину точок $\|\cdot\|_E$-неперервності відображення φ. Якщо множина E нормуюча, то $C^E(\varphi) = C(\varphi)$ — множина точок неперервності φ.

Теорема 1. *Нехай X — діадично берів простір, Y — банахів простір, $E \subseteq Y^*$ — зліченно асплундова* множина і $\varphi\colon X \to Y$, таке, що композиція $z\varphi$ квазінеперервна для кожного $z \in E$. Тоді $A = C^E(\varphi)$ є скрізь щільною G_δ-множиною.*

Доведення. По-перше, зрозуміло, що A типу G_δ. Тому достатньо перевірити, що $\overline{A} = X$. Далі, з твердження 3, для довільного атома U в X і $z \in E$ композиція $z\varphi$ квазінеперервна, а тому стала на U. А тому φ неперервна на U відносно $\|\cdot\|_E$. Але множина G_X рівна об'єднанню всіх атомів X. Отже, φ неперервна на G_X відносно $\|\cdot\|_E$. Тому, $G_H \subseteq C^E(\varphi)$. Нехай $H_X = X \setminus \overline{G}_X$ — безатомне ядро X. Оскільки $X = \overline{G}_X \sqcup H_X$, то залишилось перевірити, чи $\overline{A} \supseteq H_X$. Оскільки за твердженням 2 безатомне ядро H_X є простором Бера, то досить перевірити, що множина $B = H_X \setminus A$ першої категорії. Нехай це не так, і множина B — другої категорії.

Нехай ω_φ^E — коливання функції φ відносно переднорми $\|\cdot\|_E$. Покладемо

$$B_\varepsilon = \{x \in H_X \colon \omega_f^E(x) > 3\varepsilon\}.$$

Тоді $B = \bigcup_{\varepsilon>0} B_\varepsilon = \bigcup_{n=1}^\infty B_{\frac{1}{n}}$. Отже, для деякого $\varepsilon > 0$ множина B_ε десь щільна. Візьмемо таку відкриту непорожню множину $V_\varnothing \subseteq H_X$, для якої $V_\varnothing \subseteq \overline{B}_\varepsilon$.

Побудуємо деяку стратегію σ для гравця β у δ-грі. По-перше, покладаємо $\sigma(\varnothing) = V_\varnothing$. Нехай $(U_d)_{d\in D_n}$ уже зроблені ходи α. Зафіксуємо деяке $d \in \mathbb{D}^n$. Оскільки $U_d \subseteq V_\varnothing \subseteq \overline{B}_\varepsilon$, то $U_d \cap \overline{B}_\varepsilon \neq \varnothing$. Отже, існують такі точки $x_{d,0}$ і $x_{d,1}$ в U_d, для яких $\|\varphi(x_{d,0}) - \varphi(x_{d,1})\| > 3\varepsilon$. Тоді для деякого $z_d \in E$ матимемо, що $|z_d\varphi(x_{d,0}) - z_d\varphi(x_{d,1})| > 3\varepsilon$. Але $z_d\varphi$ — квазінеперервна. Тому для кожного $i = 0, 1$ існує відкрита непорожня множина $V_{d,i} \subseteq U_d$, для якої $|z_d\varphi(x) - z_d\varphi(x_{d,i})| < \varepsilon$ при $x \in V_{d,i}$. Тоді для довільних $x' \in V_{d,0}$ і $x'' \in V_{d,1}$ виконується, що

$$\|\varphi(x') - \varphi(x'')\|_E \geq |z_d\varphi(x') - z_d\varphi(x'')| \geq |z_d\varphi(x_{d,0}) - z_d\varphi(x_{d,1})| -$$

$$-|z_d\varphi(x') - z_d\varphi(x_{d,0})| - |z_d\varphi(x'') - z_d\varphi(x_{d,0})| > 3\varepsilon - \varepsilon - \varepsilon = \varepsilon. \qquad (*)$$

Зокрема, $V_{d,0} \sqcup V_{d,1} \subseteq U_d$. Покладаємо $\sigma\big((U_d)_{d\in D_n}\big) = (V_d)_{d\in\mathbb{D}^{n+1}}$. Отже, стратегія σ повністю визначена.

Але простір X — діадично берів. Тому β не має виграшної стратегії у δ-грі. Отже, стратегія σ не є виграшною для гравця β. Звідси, існує така партія $(U_d, V_d)_{d\in D}$ у δ-грі, в якій β грає за стратегією σ, але програє. Тому, оскільки $U_d \neq \varnothing$ для кожного $d \in D$, то множина $\Delta' = \Big\{d \in \Delta\colon \bigcap_{n=1}^\infty U_{\delta|n} \neq \varnothing\Big\}$ незліченна. Розглянемо деякі $\delta' = (d'_n)_{n=1}^\infty$

та $\delta'' = (d''_n)_{n=1}^{\infty} \in \Delta'$, такі, що $\delta' \neq \delta''$. Візьмемо такий найменший номер $n \in \mathbb{N}$, для якого $d'_n \neq d''_n$. Нехай, для певності, $d'_n = 0$ а $d''_n = 1$. Позначимо $d = \delta'|n = \delta''|n$. Тоді, $x_{\delta'} \in V_{\delta'|(n+1)} = V_{d,0}$ а $x_{\delta''} \in V_{\delta''|(n+1)} = V_{d,1}$. Тому, враховуючи $(*)$, матимемо, що $\|\varphi(x_{\delta'}) - \varphi(x_{\delta''})\|_E > \varepsilon$, для довільних $\delta', \delta'' \in \Delta'$. А це неможливо, адже $(Y, \|\cdot\|_E)$ — сепарабельний. □

Як бачимо, що незважаючи на те, що негаусдорфовий діадично беровий простір не зобов'язаний бути простором Бера, в попередній теоремі все одно доводиться щільність G_δ-множини A.

5. Неперервність KC-функцій та їх аналогів. Зараз ми застосуємо теорему 1 до узагальнення результатів [4]. Нехай X, Y та Z — топологічні простори і $f\colon X \times Y \to Z$. Покладемо, як звичайно, $f_y(x) = f^x(y) = f(x,y)$, для довільних $x \in X$ та $y \in Y$. Позначимо $Y_K(f) = \{y \in Y : f_y \text{ квазінеперервна}\}$. Функція f називається KC-функцією /$\overline{K}C$-функцією, $\widetilde{K}C$-функцією/, якщо для довільної точки $x \in X$ функція f^x неперервна і $Y_K(f) = Y$ /$\overline{Y_K(f)} = Y$, $Y_K(f)$ залишкова в Y/.

Теорема 2. *Нехай X — діадично берів простір, Y — m-компактний, Z — метризовний топологічний простір і $f\colon X \times Y \to Z$ — $\overline{K}C$-функція. Тоді існує скрізь щільна G_δ-множина $A \subseteq X$, така, що f неперервна в кожній точці з $A \times Y$.*

Доведення. Оскільки f є $\overline{K}C$-функцією, то множина $E = Y_K(f)$ щільна в Y. Але X m-компактний. Тому множина E відносно m-компактна.

Як відомо [6], кожний метризовний простір гомеоморфний до деякого підпростору $\big(J(\mathfrak{n})\big)^{\aleph_0}$, який, очевидним чином, гомеоморфно вкладається в гільбертів простір $\ell_2(\mathfrak{n})$. Тому, не буде обмеженням вважати, що $Z \subseteq \ell_2(\mathfrak{n})$.

Нехай B — одинична куля в $\ell_2(\mathfrak{n})$, наділена слабкою топологією. Тоді B є компактом Еберлейна. Оскільки [7] кожний сепарабельний компакт Еберлейна є метризовним, то B буде m-компактним. Тоді, як це нескладно перевірити, множина $E' = E \times B$ є відносно m-компактною в $Y' = Y \times B$.

Нехай відображення $\varphi\colon X \to C_b(Y')$ визначається формулою $\varphi(x)(y,z) = zf(x,y)$, $x \in X$, $y \in Y$, $z \in B$. Візьмемо $y' = (y,z) \in E'$. Тоді функція $\delta_{y'}\varphi = zf_y$ квазінеперервна, як композиція неперервної функції z і квазінеперервної функції f_y. Але за твердженням 4 множина $\Delta_{E'}$ є зліченно асплундовою*. Крім того, оскільки E' скрізь щільна, то $\Delta_{E'}$ нормуюча. Застосувавши теорему 1 матимемо, що $A = C(\varphi)$ — скрізь щільна G_δ-множина. Покажемо, що A — шукана.

Візьмемо $(x_0, y_0) \in A \times Y$ і $\varepsilon > 0$. Оскільки функція f^{x_0} неперервна, то існує такий окіл V точки y_0, що $\|f(x_0,y) - f(x,y_0)\| < \frac{\varepsilon}{2}$ при $y \in V$. Далі, оскільки φ неперервне в точці x_0, то існує такий окіл U точки x_0, що $\|\varphi(x) - \varphi(x_0)\| < \frac{\varepsilon}{2}$ при $x \in U$. Тоді для довільних $(x,y) \in U \times V$ виконується

$$\|f(x,y) - f(x_0,y_0)\| \leq \|f(x,y) - f(x_0,y)\| + \|f(x_0,y) - f(x_0,y_0)\| <$$

$$< \sup_{z \in B} \langle z, f(x,y) - f(x_0,y) \rangle + \frac{\varepsilon}{2} \leq \sup_{z \in B} |\varphi(x)(y,z) - \varphi(x_0)(y,z)| + \frac{\varepsilon}{2} \leq$$

$$\leq \|\varphi(x) - \varphi(x_0)\| + \frac{\varepsilon}{2} < \frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2} = \varepsilon$$

Таким чином, функція f неперервна в кожній точці множини $A \times Y$. □

Теорема 3. *Нехай X — діадично берів простір, Y — $\overline{m}$-компактний, Z — метризовний топологічний простір і $f: X \times Y \to Z$ — $\widetilde{K}C$-функція. Тоді існує скрізь щільна G_δ-множина $A \subseteq X$, така, що f неперервна в кожній точці з $A \times Y$.*

Доведення. По-перше, не буде обмеженням вважати, що Y цілком регулярний. Справді, якщо це не так, то замість простору Y можна розглянути $\widetilde{Y} = \{f_y : y \in Y\} \subseteq C_p(X, Z)$, а замість функції f — відображення $\widetilde{f}: X \times \widetilde{Y} \to Z$, $\widetilde{f}(x, f_y) = f_y(x) = f(x, y)$. Тоді матимемо, що $\widetilde{f}$ є також є $\widetilde{K}C$-функцією, причому якщо $\widetilde{f}$ неперервне в точці $(x, f_y) \in X \times \widetilde{Y}$, то f неперервне у відповідній точці $(x, y) \in X \times Y$.

Нехай E' — щільний відносно m-компактний підпростір Y і E'' — об'єднання замикань усіх зліченних підмножин E'. Зрозуміло, що підпростір E'' є m-компактним. Зокрема, E'' — зліченно компактний. Тому, оскільки Y регулярний, то E'' простір Бера. Оскільки перетин щільного берового підпростору з довільною залишковою множиною є скрізь щільним і множина $Y_K(f)$ залишкова, то множина $E = E'' \cap Y_K(f)$ є скрізь щільною відносно m-компактною в Y. Далі діємо так само, як і в теоремі 2. □

ЛІТЕРАТУРА

1. Baire R. *Sur les fonctions de variables reelles*// Annal Mat. Pura Appl. – 1899. – V.3, №3. – P. 1–123.
2. Namioka I. *Separate continuity and joint continuity*// Pacif. J. Math. – 1974. – V.51, №2. – P. 515–531.
3. Stegall Ch. *Generalization of a theorem of Namioka*// Proc. Amer. Math. Soc. – 1988. – V.102, №3. – P. 559–564.
4. Maslyuchenko O.V. *Joint continuity of KC-functions*// Mat. Stud. – 2002. – V.17, №1. – P. 75–80. (in Ukrainian)
5. Saint-Raymond J. *Jeux topologiques et espaces de Namioka*// Proc. Amer. Math. Soc. – 1984. – V.87, №4. – P. 409–504.
6. Энгелькинг Р. Общая топология. – Москва: Мир, 1986. – 752с.
7. Архангельский А.В. Топологические пространства функций. – М.: Изд. Московского ун-та, 1989. – 222с.

Кафедра математичного аналізу
Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича,
ovmasl@gmail.com

Надійшло 5.09.2010