УДК 517.5

Т. С. Гусейнов

О БАЗИСАХ ИЗ ЭКСПОНЕНТ С ВЫРОЖДЕНИЕМ

T. S. Huseynov. *On bases of exponents with generation*, Mat. Stud. **33** (2010), 147–152.

We consider a system of exponents with degenerating coefficients, with is a generalization of a classical system of exponents. We study basicness L_p of thus system in the case, when degenerations are admissible on the ends of the segment $[-\pi,\pi]$.

Т. С. Гусейнов. *О базисах из експонент с вироожденuем* // Мат. Студії. – 2010. – Т.33, №2. – С.147–152.

В работе рассматривается система экспонент с вырождающимися коэффициентами, являющаяся обобщением классической системы экспонент. Изучена базисность в L_p этой системы в случае, когда допускаются вырождения на концах отрезки $[-\pi,\pi]$.

Рассмотрим систему экспонент

$$\{A(t)\nu^+(t)e^{int}; B(t)\nu^-(t)e^{-ikt}\}_{n\geq 0;\ k\geq 1}, \tag{1}$$

с вырождающимися коэффициентами $\nu^\pm(t) = |t|^{\beta_0^\pm}\cdot|t-\pi|^{\beta_\pi^\pm}\cdot\prod_{k=1}^{r^\pm}|t-t_k^\pm|^{\beta_k^\pm}$, где $T^\pm \equiv \{t_k^\pm\}_1^{r^\pm} \subset (-\pi,\pi)$, $\{\beta_0^\pm,\beta_\pi^\pm,\beta_k^\pm\colon k=1,\ldots,r^\pm\}\subset\mathbb{R}$ и $A(t)\equiv|A(t)|e^{i\alpha(t)}$, $B(t)\equiv|B(t)|e^{i\beta(t)}$ — комплекнозначные на $[-\pi,\pi]$ функции. Изучению базисных свойств системы $\{\exp(i(n+\mathrm{sign} n)t\}_{n\in\mathbb{Z}}$ в L_p, $1<p<+\infty$, посвящено много работ и окончательные результаты получены в работах [1-4]. Весовой случай пространства рассмотрен в работе [5]. Следует отметить, что система экспонент с вырождающимся коэффициентом впервые была рассмотрена в работе [6]. Затем результаты |6] были обобщены относительно вырождающегося коэффициента в [7]. Наиболее общий случай рассмотрен в [8]. Когда вырождения отсутствуют, окончательные результаты в общем случае относительно коэффициентов $A(t)$ и $B(t)$ системы (1) были получены в работах ([9;10]).

Нами рассматривается наиболее общий случай относительно вырождений $\nu^\pm(t)$. Изучается соответствующая краевая задача на разрешимость, а затем полученные результаты применяются к базисности системы (1) в L_p.

Прежде чем переходить к изложению основных результатов, приводим необходимые нам понятия. Итак, положим $\omega^\pm(t)\equiv[\nu^\pm(t)]^p$.

Через $H_p^+({}_mH_p^-)$ обозначаем обычный класс Харди аналитических внутри (вне) единичного круга функций (имеющих порядок меньший либо равный m на бесконечности). Пусть ω некоторая весовая функция на $[-\pi,\pi]$. Положим

$$\widetilde{H}^+_{p,\omega}\equiv\{f\in H_1^+\colon f^+\in L_{p,\omega}\},\quad {}_m\widetilde{H}^-_{p,\omega}\equiv\{f\in{}_mH_1^+\colon f^-\in L_{p,\omega}\},$$

2000 *Mathematics Subject Classification:* 30D55.

где $f^+(f^-)$ — некасательные граничные значения на единичной окружности функции f изнутри (извне) единичного круга, $L_{p,\omega}$ — обычный весовой класс Лебега. Нормы в этих пространствах определяем соотношениями

$$\|f\|_{\widetilde{H}^+_{p,\omega}} \equiv \|f^+\|_{p,\omega}, \tag{2}$$

$$\| f \|_{{}_m\widetilde{H}^-_{p,\omega}} \equiv \| f^- \|_{p,\omega}, \tag{3}$$

где $\| f^- \|_{p,\omega}$ — обычная норма $L_{p,\omega}$.

Нетрудно доказывается следующее.

Предложение 1. *Пусть* $\omega^{-q/p} \in L_1$. *Тогда пространство* $\widetilde{H}^+_{p,\omega}({}_m\widetilde{H}^-_{p,\omega})$ *относительно нормы (2) ((3)) является банаховым, и обозначим его через* $H^+_{p,\omega}({}_mH^-_{p,\omega})$.

Сужения пространств $H^+_{p,\omega}$, ${}_mH^-_{p,\omega}$ на единичную окружность обозначим через $L^+_{p,\omega}({}_mL^-_{p,\omega})$, соответственно. Справедливо

Предложение 2. ([8]). *Пусть имеет место*

$$-1 < \alpha^{\pm}_k < p-1,\ k \in \{1,\dots,r^{\pm}\}; 1 < p < +\infty.$$

Тогда система $\{e^{int}\}_{n\geq 0}(\{e^{-int}\}_{n\geq 1})$ *образует базис в весовом подпространстве* $L^+_{p,\mu^+}({}_{-1}L^-_{p,\mu^-})$, *где* $\mu^{\pm}(t) \equiv \prod_{k=0}^{r^{\pm}} |t-x^{\pm}_k|^{\alpha^{\pm}_k}$, $\{x^{\pm}_k\} \subset [-\pi,\pi]$ $(x^{\pm}_i \neq x^{\pm}_j$ *при* $i \neq j)$.

Сделаем следующие основные предположения:

1) $\arg A(t), \arg B(t)$ — кусочно–гельдеревы функции на $[-\pi,\pi]$: $S \equiv \{s_i\}_1^r : -\pi < s_1 < \dots < s_r < \pi$ — точки разрыва функции $\theta(t) \equiv \arg A(t) - \arg B(t)$ на $(-\pi,\pi), h_\pi = \theta(-\pi+0) - \theta(-\pi-0), h_0 = \theta(+0) - \theta(-0)$;

2) $|A(t)|, |B(t)|$ измеримые на $(-\pi,\pi)$ и выполнено

$$\sup rvai_{(-\pi,\pi)}\{|A(t)|^{\pm 1}, |B(t)|^{\pm 1}\} < +\infty;$$

3) Имеют место $T^{\pm} \cap S = \varnothing,\ T^+ \cap T^- = \varnothing$.

А теперь приступим к изучению базисности системы (1).

Рассмотрим следующую неоднородную задачу сопряжения в классах $H^+_{p,\omega} \times_{-1} H^-_{p,\omega}$:

$$\begin{cases} F^+(\tau) + G(\tau)\cdot F^-(\tau) = \widetilde{f}(\arg\tau),\ \tau \in \Gamma, \\ F^-(\infty) = 0, \end{cases} \tag{4}$$

где $\widetilde{f}(t) \equiv \frac{f(t)}{\nu^+(t)}$, $\forall f \in L_p(-\pi,\pi)$, коэффициент $G(\tau)$ определен формулой

$$G(e^{it}) \equiv \frac{\nu^-(t)\cdot A(t)}{\nu^+(t)\cdot B(t)},$$

Под решением задачи (4) в $H^+_{p,\omega} \times_{-1} H^-_{p,\omega}$ понимается следующее: ищется пара функций $(F^+(z); F^-(z)) \in H^+_{p,\omega} \times_{-1} H^-_{p,\omega}$, граничные значения на единичной окружности которых удовлетворяют п.в. соотношению (4).

Через $Z(z)$ обозначим каноническое решение соответствующей однородной задачи

$$F^+(\tau) + G(\tau)\cdot F^-(\tau) = 0, \tau \in \Gamma. \tag{5}$$

$Z(z)$ имеет вид $Z(z)=\prod_{k=1}^{3}Z_k(z)$, $Z_k(z)$ определяются выражениями ([11])

$$Z_k(z)\equiv\begin{cases}X_k^+(z), & |z|<1,\\ [X_k^-(z)]^{-1}, & |z|<1, k\in\{1,2,3\};\end{cases}$$

где

$$X_1^{\pm}(z)=\exp\Big(\pm\frac{1}{4\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi}\ln\frac{\nu^-(t)}{\nu^+(t)}\cdot\frac{e^{it}+z}{e^{it}-z}dt\Big),$$

$$X_2^{\pm}(z)=\exp\Big(\pm\frac{1}{4\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi}\ln\Big|\frac{A(t)}{B(t)}\Big|\cdot\frac{e^{it}+z}{e^{it}-z}dt\Big),\ X_3^{\pm}(z)=\exp\Big(\pm\frac{i}{4\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi}\theta(t)\cdot\frac{e^{it}+z}{e^{it}-z}dt\Big).$$

Отметим, что знак "+"("−") соответствует случаю $|z|<1(|z|>1)$. Имеет место [11] $\|Z_2^-(e^{it})\|_\infty^{\pm1}<+\infty$, где $\|\cdot\|_\infty$ — обычная норма в $L_{+\infty}(-\pi,\pi)$. Относительно граничных значений $Z_1^-(e^{it})$ справедливо соотношение

$$|Z_1^-(e^{it})|=\Big[\frac{\nu^+(t)}{\nu^-(t)}\Big]^{\frac{1}{2}}.$$

Это непосредственно следует из формулы Сохоцкого–Племеля.

Пусть $\theta(t)\equiv\theta_0(t)+\theta_1(t)$ — Жорданово разложение функции $\theta(t)$ на непрерывную часть $\theta_0(t)$ и на функцию скачков $\theta_1(t)$. Ясно, что $h_\pi=h^{(1)}-h^{(0)}$, где $h^{(1)}=\theta_1(-\pi+0)-\theta_1(\pi-0)$, $h^{(0)}=\theta_0(\pi)-\theta_0(-\pi)$. Положим

$$u_0(t)\equiv\Big(\sin\Big|\frac{t-\pi}{2}\Big|\Big)^{-\frac{h^{(0)}}{2\pi}}\cdot\exp\Big(-\frac{1}{4\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\theta_0(s)\operatorname{ctg}\frac{t-s}{2}ds\Big).$$

По результатам монографии И.И.Данилюка [11] функции $u_0^{\pm1}(t)$ суммируемы с любой степенью $p<+\infty$ на $(-\pi,\pi)$. Для решения однородной задачи получаем соотношение

$$\frac{F^+(\tau)}{Z^+(\tau)}=-\frac{F^-(\tau)}{Z^-(\tau)},\quad \text{п.в. } \tau\in\Gamma.$$

Чтобы получить общее решение однородной задачи (5) покажем, что граничное значение кусочно-аналитической функции

$$\Phi(z)\equiv\begin{cases}\frac{F^+(\tau)}{Z^+(\tau)}, & |z|<1,\\ -\frac{F^-(\tau)}{Z^-(\tau)}, & |z|>1,\end{cases}$$

принадлежит $L_1(-\pi,\pi)$. Так как, по определению решения $F^-(e^{it})\cdot\nu^-(t)\in L_p(-\pi,\pi)$, то достаточно показать, что величина $Y_0(t)=[Z^-(e^{it})\cdot\nu^-(t)]^{-1}$ принадлежит пространству $L_q(-\pi,\pi), 1/p+1/q=1$. Ясно, что $Z^-(e^{it})=\prod_{k=1}^{3}Z_k^-(e^{it})$. Используя формул Сохоцкого–Племеля нетрудно получить следующее выражение для граничных значений $Z_3^-(e^{it})$:

$$|Z_3^-(e^{it})|=u_0(t)\cdot u(t)\cdot\Big(\sin\Big|\frac{t-\pi}{2}\Big|\Big)^{-\frac{h_\pi}{2\pi}},$$

где $u(t)\equiv\prod_{k=1}^{r}\Big(\sin\Big|\frac{t-\widetilde{s_k}}{2}\Big|\Big)^{-\frac{h_k}{2\pi}}$.

Учитывая приведенные выше выражения для $Y_0(t)$ получаем

$$Y_0(t) \sim u_0^{-1}(t) \cdot u^{-1}(t) \cdot \left(\sin\left|\frac{t-\pi}{2}\right|\right)^{\frac{h_\pi}{2\pi}} \cdot [\nu^+(t) \cdot \nu^-(t)]^{-\frac{1}{2}},$$

($\sim$ — знак асимптотической эквивалентности), иначе говоря,

$$Y_0(t) \sim u_0^{-1}(t) \cdot \prod_{k=1}^{r}\left(\sin\left|\frac{t-\tilde{s_k}}{2}\right|\right)^{\frac{h_k}{2\pi}}\left(\sin\left|\frac{t-\pi}{2}\right|\right)^{\frac{h_\pi}{2\pi}} \cdot [\nu^+(t) \cdot \nu^-(t)]^{-\frac{1}{2}}.$$

Таким образом

$$Y_0(t) \sim \left(\sin\left|\frac{t}{2}\right|\right)^{\frac{h_0}{2\pi}} \cdot [\rho^+(t) \cdot \rho^-(t)]^{-\frac{1}{2}}, \quad t \to 0,$$

и значит $Y_0(t) \sim |t|^{\frac{h_0}{2\pi}-\frac{\beta_0^+ + \beta_0^-}{2}}$, при $t \to 0$. Аналогичным образом имеем

$$Y_0(t) \sim \left(\sin\left|\frac{t-\pi}{2}\right|\right)^{\frac{h_\pi}{2\pi}} \cdot [\rho^+(\pm t) \cdot \rho^-(\pm t)]^{-\frac{1}{2}}, \quad t \to \pm\pi,$$

и в результате

$$Y_0(t) \sim |t \mp \pi|^{\frac{h_\pi}{2\pi}-\frac{\beta_\pi^+ + \beta_\pi^-}{2}}, \quad t \to \pm\pi.$$

Из этих представлений легко заключаем, что $Y_0(t)$ принадлежит пространству $L_q(-\pi,\pi)$ тогда, когда выполнены неравенства

$$\frac{h_k}{2\pi} > -\frac{1}{q}, k \in \{1,\dots,r\}, \frac{h_0}{2\pi} - \frac{\beta_0^+ + \beta_0^-}{2} > -\frac{1}{q}, \ \frac{h_\pi}{2\pi} - \frac{\beta_\pi^+ + \beta_\pi^-}{2} > -\frac{1}{q}.$$

При выполнении этих неравенств функция $\Phi(z)$ принадлежит классу Харди $H_1^\pm$. Тогда из теоремы единственности ([11]) получаем, что $\Phi \equiv P_m(z)$ — полином степени не выше m, т.е. $F(z) \equiv Z(z) \cdot P_m(z)$.

Покажем, что $F(z)$ принадлежит классам $H^+_{p,\omega^+} \times H^-_{p,\omega^-}$. Достаточно доказать, что $[Y_0(t)]^{-1}$ принадлежит пространству $L_p(-\pi,\pi)$. Совершенно очевидно, что справедливы соотношения

$$[Y_0(t)]^{-1} \sim |t|^{\frac{\beta_0^+ + \beta_0^-}{2}-\frac{h_0}{2\pi}}, \ t \to 0, [Y_0(t)]^{-1} \sim |t \mp \pi|^{\frac{\beta_\pi^+ + \beta_\pi^-}{2}-\frac{h_\pi}{2\pi}}, \ t \to \pm\pi.$$

Из этих представлений следует, что функция $[Y_0(t)]^{-1}$ принадлежит пространству $L_p(-\pi,\pi)$, если выполнены неравенства

$$\frac{h_k}{2\pi} < \frac{1}{p}, \ k \in \{1,\dots,r\}; \ \frac{h_0}{2\pi} - \frac{\beta_0^+ + \beta_0^-}{2} < \frac{1}{p}; \ \frac{h_\pi}{2\pi} - \frac{\beta_\pi^+ + \beta_\pi^-}{2} < \frac{1}{p}.$$

В результате получаем, что при выполнении этих неравенств $F(z)$ принадлежит классу $H^+_{p,\omega^+} \times H^-_{p,\omega^-}$, и таким образом, она является общим решением задачи (5). Следовательно, справедлива следующая теорема.

Теорема 1. *Пусть функции $A(t), B(t)$ и $\rho^\pm(t)$ удовлетворяют условиям 1)–3). Если выполнены неравенства*

$$-\frac{1}{q} < \frac{h_k}{2\pi} < \frac{1}{p}, \ k \in \{1,\dots,r\}; \ -\frac{1}{q} < \frac{h_0}{2\pi} - \frac{\beta_0^+ + \beta_0^-}{2} < \frac{1}{p}; \ -\frac{1}{q} < \frac{h_\pi}{2\pi} - \frac{\beta_\pi^+ + \beta_\pi^-}{2} < \frac{1}{p}, \quad (6)$$

то общее решение однородной задачи сопряжения (5) в классах $H^+_{p,\omega^+} \times {}_mH^-_{p,\omega^-}$ имеет вид $F(z) \equiv Z(z) \cdot P_m(z)$., где $P_m(z)$ произвольный полином степени не выше m.

Из этой теоремы непосредственно следует

Следствие 1. *Пусть выполнены все условия теоремы 1. Тогда при условии* $F(\infty)=0$ *однородная задача (5) в классах* $H^{+}_{p,\omega^{+}}\times {}_{m}H^{-}_{p,\omega^{-}}$ *имеет только тривиальное решение.*

Рассмотрим теперь неоднородную задачу сопряжения (4) в классах $H^{+}_{p,\omega^{+}}\times {}_{m}H^{-}_{p,\omega^{-}}$. Совершенно очевидно, что если она разрешима, то при условии $F(\infty)=0$ решение единственно. Введем в рассмотрение функцию

$$F_1(z)\equiv\frac{Z(z)}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{\widetilde{f}(\sigma)}{Z^{+}(e^{i\sigma})}\cdot\frac{d\sigma}{1-ze^{-i\sigma}},$$

где $Z(z)$ — каноническое решение однородной задачи (5). Положим $Z_0(\tau)\equiv\nu^{+}(\arg\tau)\cdot Z^{+}(\tau),\ \tau\in\Gamma$.

Таким образом

$$F^{+}(e^{it})\cdot\nu^{+}(t)=f(t)+\frac{Z_0(e^{it})}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{f(\sigma)}{Z_0(e^{i\sigma})}\cdot\frac{d\sigma}{1-ze^{i(t-\sigma)}}.$$

Совершенно очевидно, что $\nu^{+}(\arg\tau)\cdot Z^{+}(\tau)\sim\nu^{-}(\arg\tau)\cdot Z^{-}(\tau)$.

Учитывая это соотношение из неравенств (6) получаем, что вес $Z_0(\tau)$ удовлетворяет всем условиям теоремы 8.4 работы [11, с. 141]. Поэтому выражение

$$[If](t)=\frac{Z_0(e^{it})}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{f(\sigma)}{Z_0(e^{i\sigma})}\cdot\frac{d\sigma}{1-ze^{i(t-\sigma)}},$$

принадлежит пространству $L_p(-\pi,\pi)$, точнее оператор I непрерывно действует в $L_p(-\pi,\pi)$. В итоге получаем, что справедлива

Теорема 2. *Пусть выполнены все условия теоремы 1. Тогда при условии* $F(\infty)=0$ *неоднородная задача сопряжения (4) разрешима для* $\forall f\in L_p(-\pi,\pi)$, *причем имеет единственное решение в классах* $H^{+}_{p,\omega^{+}}\times {}_{m}H^{-}_{p,\omega^{-}}$ *и решение* $F(z)$ *выражается через интеграл типа Коши*

$$F(z)=\frac{Z(z)}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}\frac{f(\sigma)}{\nu^{+}(\sigma)Z(e^{i\sigma})}\cdot\frac{d\sigma}{1-z\cdot e^{i(t-\sigma)}},$$

где $Z(z)$ *— соответствующее каноническое решение однородной задачи.*

Перейдем теперь к изучению базисности системы (1) в $L_p(-\pi,\pi)$. Возьмем $\forall f\in L_p(-\pi,\pi)$ и рассмотрим неоднородную задачу сопряжения в классах $H^{+}_{p,\omega^{+}}\times {}_{m}H^{-}_{p,\omega^{-}}$:

$$\begin{cases}F^{+}(\tau)+G(\tau)\cdot F^{-}(\tau)=\frac{f(\arg\tau)}{\nu^{+}(\arg\tau)},\ \tau\in\Gamma,\\ F^{-}(\infty)=0.\end{cases}\tag{7}$$

Как уже показали, задача (7) $\forall f\in L_p(-\pi,\pi)$ имеет единственное решение. Следовательно, $F^{+}(z)\in H^{+}_{1}$ и $F^{-}(z)\in {}_{-1}H^{+}_{1}$. С другой стороны ясно, что $F^{\pm}(e^{it})\in L_{p,\omega^{\pm}}$ и в результате чего $F^{+}(e^{it})\in L^{+}_{p,\omega^{+}}$, $F^{-}(e^{it})\in L^{-}_{p,\omega^{-}}$. Требуем выполнения неравенств

$$-\frac{1}{p}<\beta_0^{\pm}<\frac{1}{q};\ -\frac{1}{p}<\beta_\pi^{\pm}<\frac{1}{q};\ -\frac{1}{p}<\beta_k^{\pm}<\frac{1}{q},k\in\{1,\dots,r^{\pm}\}.\tag{8}$$

Если имеют место неравенства (8), то выполнены все условия утверждения 2, т.е. система $\{e^{int}\}_{n\geq 0}(\{e^{-int}\}_{n\geq 1})$ образует базис в $L^{+}_{p,\omega^{+}}({}_{-1}L^{-}_{p,\omega^{-}})$.

Следовательно, функцию $F^{+}(e^{it})(F^{-}(e^{it}))$ можно разложить в биортогональный ряд по системе $\{e^{int}\}_{n\geq 0}(\{e^{-int}\}_{n\geq 1})$ в пространстве $L^{+}_{p,\omega^{+}}({}_{-1}L^{-}_{p,\omega^{-}})$.

Разложив в соотношении (7) функции $F^{+}(e^{it}), F^{-}(e^{it})$ по системам $\{e^{int}\}_{n\geq 1}$ $(\{e^{-int}\}_{n\geq 1})$ соответственно, получаем, что f разлагается в ряд по системе (1) в L_p . То, что такой ряд единственен следует из тривиальной (только) разрешимости соответствующей однородной задачи (5) при условии $F(\infty) = 0$. Таким образом, доказана

Теорема 3. *Пусть функции $A(t), B(t)$ и $\rho^{\pm}(t)$ удовлетворяют условиям 1)–3). Если выполнены неравенства (6) и (8),то система экспонент (1) образует базис в $L_p(-\pi,\pi)$, $1 < p < +\infty$.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Седлецкий А.М. *Биортогональные разложения в ряды на интервалах вещественной оси*// Усп. мат. наук – 1982. – Т.37, №5(227). – С. 51–95.
2. Моисеев Е. И. *О базисности систем синусов и косинусов*// ДАН СССР – 1984. – Т.275, №4. – С. 794–798.
3. Седлецкий А.М. *О сходимости негармонических рядов Фурье по системам экспонент, косинусов и синусов*// ДАН СССР – 1988. – Т.301, №5. – С. 501–504.
4. Девдариани Г.Г. Базисность некоторых специальных систем собственных функций несамосопряженных дифференциальных операторов. Автореф. дисс. к. ф.-м.н. – М.: МГУ, 1986. – 21 с.
5. Моисеев Е.И. *О базисности систем синусов и косинусов в весовом пространстве*// Дифф. уравнения – 1998. – Т.34, №1. – С. 40–44.
6. Бабенко К. И. *О сопряженных функциях*// ДАН СССР – 1948. – Т.62, №2. – С. 157–160.
7. Гапошкин В.Ф. *Одно обобщение теоремы М.Рисса о сопряженных функциях*// Мат. Сборник. – 1958. – Т.46 (88), №3. – С. 111–115.
8. Велиев С.Г. *Базисы из подмножеств собственных функций двух разрывных дифференциальных операторов*// Математическая физика, анализ, геометрия. – 2005. – Т.12, №2.
9. Билалов Б.Т. *Базисность некоторых систем экспонент, косинусов и синусов*// Дифф. уравнения. – 1990. – Т.26, №1. – С. 10–16.
10. Билалов Б.Т. *Базисные свойства некоторых систем экспонент, косинусов и синусов*// Сиб. мат. журн. – 2004. – Т.45, №2. – С. 264–273.
11. Данилюк И.И. Нерегулярные граничные задачи на плоскости. М.: Наука, 1975. – 256 с.

Институт математики и механики НАН Азербайджана

Поступило 02.07.2009