УДК 517.518.244+519.21

ПОРІВНЯННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ЗРОСТАННЯ ДОДАТНИХ ФУНКЦІЙ: ВИПРАВЛЕННЯ

Я.В. Васильків, А.А. Кондратюк

Як нам повідомив І.Е. Чижиков, у доведенні твердження 9 нашої статті "Порівняння характеристик зростання додатних функцій." — Матем. студ. – 1998. – Т.10, 1. – С.23–32. — є помилка. Автори щиро вдячні І.Е. Чижикову за це повідомлення. Починаючи з другого абзацу доведення, його частину до наступного абзацу слід замінити таким текстом.

Позначимо $g(t) = \log\lambda(e^t)$, $K_t = k_t(k_t-1)/2$, де $k_t = \left[\frac{1}{2}(1+\sqrt{1+8t})\right]$. Тут $[x]$ — ціла частина x. Для довільних $t>0$, $x>0$ маємо $K_t \le K_{t+x} \le t+x$. Окрім того, $k_t = \frac{1}{2}(1+\sqrt{1+8K_t})$ та $t < K_t + k_t$. Зауважимо, що при $k_{t+x} \ge k_t + 2$ виконується $k_t < x$. Справді, віднімаючи дві останні нерівності, знаходимо $x > K_{t+x} - K_t - k_t \ge (k_t+2)(k_t+1)/2 - k_t(k_t-1)/2 - k_t = k_t + 1$.

Враховуючи означення $\lambda(r)$, k_t, K_t та нерівність $K_t \le t$, маємо

$$g(t+x)-g(t) = \log(k_{t+x}!) + \log(1+t+x-K_{t+x}) - \log(k_t!) -$$
$$-\log(1+t-K_t) \le (k_{t+x}-k_t)\log k_{t+x} + \log\left(1+\frac{x+K_t-K_{t+x}}{1+t-K_t}\right) \le$$
$$\le (k_{t+x}-k_t)\log k_{t+x} + \log(1+x+K_t-K_{t+x}). \tag{*}$$

Якщо ж $k_{t+x} = k_t$, то із співвідношення (*) негайно випливає $g(t+x)-g(t) \le \log(1+x)$. Якщо $k_{t+x} = k_t+1$, $x<k_t$, то з (*) та рівності $K_{t+x}-K_t = k_t$ знаходимо $g(t+x)-g(t) \le \log(1+x+k_t(x-k_t)) \le \log(1+x)$. Нарешті, якщо $k_{t+x} = k_t+1$, $k_t \le x$ або $k_{t+x} \ge k_t+2$, то із співвідношення (*) отримаємо

$$g(t+x)-g(t) \le \frac{4(K_{t+x}-K_t)}{\sqrt{1+8K_{t+x}}+\sqrt{1+8K_t}}\log\frac{1+\sqrt{1+8K_{t+x}}}{2} + \log(1+x) \le$$
$$\le \frac{4(x+k_t)}{\sqrt{1+8K_{t+x}}}\log\frac{1+\sqrt{1+8K_{t+x}}}{2} + \log(1+x).$$

Отже, для довільних $t>0$, $x>0$, враховуючи, що в останній нерівності $k_t \le x$, маємо

$$\frac{g(t+x)-g(t)}{x} \le \frac{8}{\sqrt{1+8K_{t+x}}}\log\frac{1+\sqrt{1+8K_{t+x}}}{2} + \frac{\log(1+x)}{x},$$

і тому

$$\rho_*[\lambda] = \overline{\lim_{t,x\to+\infty}}\frac{g(t+x)-g(t)}{x} = 0. \tag{1}$$

Львівський державний університет

Надійшло 5.10.1999

1991 *Mathematics Subject Classification.* 26A12, 26A48.