

УДК 517.983

ПРО ПОСЛІДОВНОСТІ КОМПАКТНИХ ОПЕРАТОРІВ

Я.В. МИКИТЮК, С.І. ТАРАСЮК

Ya. Mykytyuk, S. Tarasyuk, *On sequences of compact operators*, Matematychni Studii, **8**(1997) 111–112.

A uniform convergence to the zero of a sequence $\{A_n T\}$, where T is a compact operator and $\{A_n\}$ a sequence of linear bounded operators pointwise converging to the zero, is proved in Banach spaces.

Наступну властивість компактних операторів у банахових просторах було використано без доведення в [1] при вивченні нормальних сімей субгармонійних функцій. Тут ми подаємо її доведення.

Теорема. Нехай X_i ($i = 1, 2, 3$) — банахові простори,

$$X_1 \xrightarrow{T} X_2 \xrightarrow{A_n} X_3,$$

де T — лінійний компактний оператор, $\{A_n\}$ — послідовність лінійних обмежених операторів, яка поточно збігається до нуля, і $F_n = A_n T$. Тоді послідовність норм $\|F_n\|$ збігається до нуля.

Доведення. За принципом рівномірної обмеженості із поточної збіжності послідовності $\{A_n\}$ одержуємо

$$\sup_n \|A_n\| = M < \infty.$$

Нехай B — одинична куля в X_1 , $\varepsilon > 0$. З огляду на компактність оператора T множина TB є цілком обмеженою, отже існує множина $\{y_k\}_{k=1}^m \subset X_2$, яка є для TB ε -сіткою, тобто

$$(\forall x \in B) \quad (\exists k) \quad \{\|Tx - y_k\|_{X_2} \leq \varepsilon\}.$$

Оскільки для довільного $x \in B$

$$\|F_n x\|_{X_3} = \|A_n T x\|_{X_3} \leq \|A_n y_k\|_{X_3} + \|A_n\| \|Tx - y_k\|_{X_2},$$

то

$$\|F_n\| = \sup_n \|F_n x\|_{X_3} \leq \max_k \|A_n y_k\|_{X_3} + M\varepsilon.$$

Звідси, враховуючи, що $\{A_n\}$ поточково збігається до нуля, отримуємо

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \|F_n\| \leq \varepsilon M.$$

З довільності ε маємо

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \|F_n\| = 0,$$

що і завершує доведення теореми.

ЛІТЕРАТУРА

1. A. Kondratyuk, S. Tarasyuk, *Compact operators and normal families of subharmonic functions* // Proc. of the conf. Func. Spaces, Diff. Operators and Nonlinear Analysis, Prague, Mathematical Institute Acad. Sci. Czech Republic, Prague, 1996, P.227–231.

Львівський університет, мех.-мат. ф-т.

Надійшло 12.07.96